平成23年度 解析学B（担当：須川）　宿題Ｎｏ．１３（提出不要）

2012年1月17日　　学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿　　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

前回の略解：[1] $I_1 = 2\pi\int_0^\infty (1+r^2)^{-3/2} r dr = 2\pi[-(1+r^2)^{-1/2}]_0^\infty = 2\pi$ [2] $I_2 = 2\pi\int_0^\infty r^2 e^{-r^2} r dr = \pi\int_0^\infty t e^{-t} dt = \pi$ [3] $I_3 = 2\pi\int_0^1 \frac{rdr}{\sqrt{1-r^2}} = 2\pi$ [4] $x = r\sin\theta\cos\varphi, y = r\sin\theta\sin\varphi, z = r\cos\theta$ $(0 \le r \le 1, 0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi \le 2\pi)$ とすれば，$dxdydz = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$ より，$I_4 = 2\pi\int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^1 \log(r^2) r^2 dr = -8\pi/9$

[1] a, b, c を正定数とする．領域 $D = \{(x,y,z) : 0 \le x, 0 \le y, 0 \le z, \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} \le 1\}$ の体積が $abc/6$ であることを示せ．

[2] a, b, c を正定数とする．$D = \{(x,y,0) : (2bx)^2 + (2cy)^2 \le a^2\}$ として，曲面 $z = bx^2 + cy^2$ の D の上にある部分の曲面積が $S = \pi((a^2+1)^{3/2} - 1)/6bc$ であることを示せ．

[3] D を (x,z) 平面の $x \ge 0$ に含まれる閉領域とし，これを z 軸の回りに回転して得られる回転体を Ω とする．密度 ρ を一定としたときの Ω の z 軸に関する慣性モーメント（慣性能率）は $I_z = 2\pi\rho \iint_D x^3 dx dz$ で与えられることを示せ．