

## 課題

以下の設問の中から 2 題以上を選択して回答せよ。ただし, A,B,C の順に問題の難度は下がり, 難度が高いほど高い得点を与えることとするので, 力のある諸君は難度の高い問題に取り組んで頂きたい。なお, 問題の解法の効率や独創性, プログラムの仕組みの記述, レポートの読みやすさなどから総合的に評価を行う。

提出の際, Mathematica による計算部分は notebook ファイルで, 計算のコメントなどの文章については, テキストファイルあるいはそれに準じるファイル (たとえば word, pdf など) で提出すること (もちろん, 可能なら notebook に書き込んでもよい。) ファイル名には以下のように自分の名前などを付けておくこと:

shi\_mei\_report2.nb

たとえば, sugawa\_toshiyuki\_report2.nb のようなファイル名とする。

## 問題

- [1] ( 難易度 B ) 次の漸化式により多項式  $P_n(x)$  を定義する:

$$P_0(x) = 1, \quad P_1(x) = x, \quad (n+1)P_{n+1}(x) - (2n+1)xP_n(x) + nP_{n-1}(x) = 0 \quad (n = 1, 2, \dots).$$

与えられた  $n$  に対して  $P_n(x)$  を計算するプログラムを作成し, 実際に  $P_{100}(x)$  を計算してみよ。

- [2] ( 難易度 B ) 実数  $x$  に対して  $[[x]]$  は  $x$  に一番近い整数を表す記号とする。すなわち,  $\varepsilon = x - [[x]]$  とおけば  $|\varepsilon| \leq 1/2$  となる。無理数  $x$  に対して,  $m_0 = [[x]]$ ,  $x_0 = x - m_0$ ,  $m_n = [[1/x_{n-1}]]$ ,  $x_n = 1/x_{n-1} - m_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) と実数の列  $x_0, x_1, x_2, \dots$  および整数の列  $m_0, m_1, m_2, \dots$  を定めるとき,

$$x = m_0 + \frac{1}{m_1 + \frac{1}{m_2 + \frac{1}{m_3 + \dots}}}$$

を  $x$  の高速連分数展開と呼ぶ。与えられた無理数  $x$  と自然数  $n$  に対してその展開項  $\{m_0, m_1, m_2, \dots, m_n\}$  を与えるプログラムを作成せよ。また, 実際にいくつかの典型的な例でこの展開を求めてみよ。

- [3] ( 難易度 A ) 底角が  $30^\circ$  の二等辺三角形をそれ自身の中に, 底辺が二つの斜辺のそれぞれに全射に写るように (向きを反転して) 写すようなアフィン変換を  $f_1, f_2$  とする。これらによるコンパクトで空でない不変集合  $E$  (すなわち  $E = f_1(E) \cup f_2(E)$  となるもの) をコッホ曲線 (またはコッホの雪片曲線) と呼ぶ。  $I = [0, 1]$  を底辺とする上のような二等辺三角形を取り,  $I_0 = I, I_n = f_1(I_{n-1}) \cup f_2(I_{n-1})$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とするとき, 与えられた  $n$  に対して  $I_n$  を描画するプログラムを作成せよ。また,  $f_1, f_2$  の形 (すなわち三角形の形) を変えたり,  $I$  の取り方を変えれば絵がどのように変化するか観察せよ。
- [4] ( 難易度 C ) この演習についての感想や, 改善すべき点, 良かった点などの意見, 希望などを述べよ (意見などは来年度の演習に反映させるようにしますので, 忌憚のないところをよろしく。)